

Hajdú-Bihar megyei középiskolák matematika versenye 2012/2013

11. évfolyam

1. Melyik valós számmal egyenlő az alábbi kifejezés?

$$S = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

2. Milyen p prímek esetén lesz $p^2 + 2$ szintén prím?
3. Oldja meg a valós számok nem üres, véges részhalmazainak halmazán az $A + A = 2A$ egyenletet, ahol $A, B \subset R$ és $\lambda \in R$ esetén
 $A + B := \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$, $\lambda A := \{\lambda a \mid a \in A\}$
4. Létezik-e a síkon olyan nyolc elemből álló ponthalmaz, melynek bármely három pontja nincs közös egyenesen, s amelynek pontjai által meghatározott egyenlőszárú háromszögek száma legalább negyven?
5. Legyen $x_1 = 1$ és $y_1 = 2$, továbbá legyen $x_{n+1} = H(x_n, y_n)$ valamint $y_{n+1} = A(x_n, y_n)$, ahol H illetve A jelöli a harmonikus illetve számtani közepet. Határozza meg mindazon α valós számokat, amelyekre minden n pozitív egész esetén $\alpha \in [x_n, y_n]$ teljesül!